

Exercices sur le calcul intégral (examen oral juin 2016)

Exercices sur les primitives

1) $\int x^2 \sqrt{5x^3 - 1} dx$

11) $\int \frac{x}{\sqrt{2x+1}} dx$

2) $\int \frac{2x+1}{x^3 - x^2 + x - 1} dx$

12) $\int x \left(\frac{1}{4}\right)^{(-3x^2+1)} dx$

3) $\int \frac{x+3}{x^2+4x+9} dx$

13) $\int \ln(1+x^2) dx$

4) $\int x^2 \log_2(x) dx$

14) $\int \frac{x}{\cos^2(x)} dx$

5) $\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{(2x)}}} dx$

15) $\int \frac{x}{(2x+5)^{10}} dx$

6) $\int_1^2 \left(\sqrt[3]{x} + \frac{x^2}{\sqrt{x}} - 2x\right) dx$

16) $\int \frac{-2x+1}{x^3-6x^2+9x} dx$

7) $\int \sin^3(x) dx$

17) $\int \frac{4x+5}{\sqrt[3]{(2x^2+5x+10)^2}} dx$

8) $\int x e^{-x} dx$

18) $\int \frac{x^2+1}{3x^3+3x-30} dx$

9) $\int \frac{x^2+1}{x^3-x^2+2x-2} dx$

19) $\int e^x \sin(x) dx$

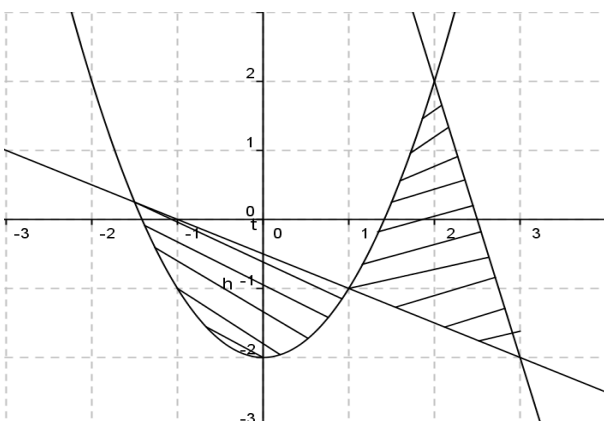
10) $\int \frac{1}{\sqrt{(1+x^2)^3}} dx$

20) $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$

Exercices sur le calcul de surfaces.

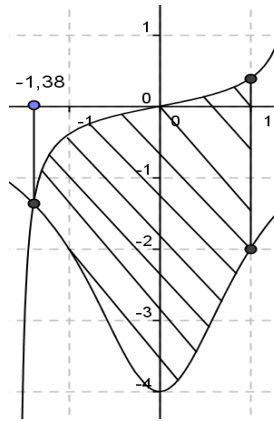
1) Calculez la surface délimitée par le graphe des fonctions $f(x) = x+2$ et $g(x) = x^3-3x+2$

2) Calculez la surface hachurée ci-dessous délimitée par les fonctions : $f(x) = 10-4x$, $g(x) = x^2-2$ et $h(x) = -(x+1)/2$



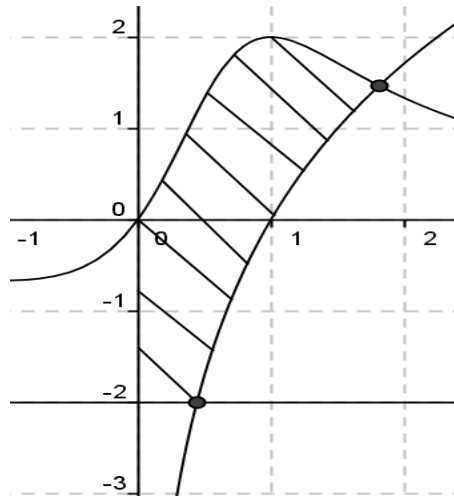
3) Calculez la surface hachurée ci-dessous délimitée par les fonctions : $f(x) = \frac{\tan(x)}{4}$ et

$$g(x) = \frac{-4}{x^2+1}$$



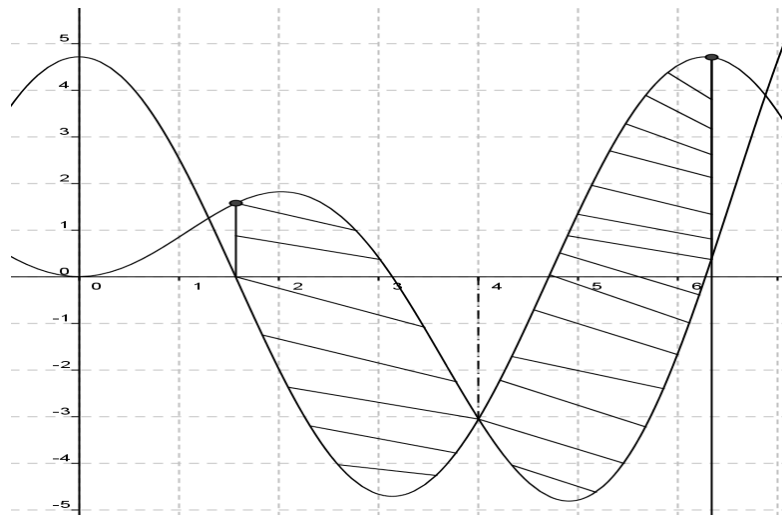
4) Calculez la surface hachurée ci-dessous délimitée par les fonctions : $f(x) = \log_{3/2}(x)$,

$$g(x) = \frac{2x}{x^2-x+1} \text{ et } h(x) = -2.$$

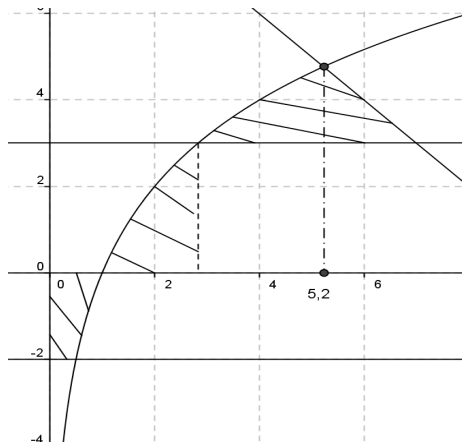


5) Calculez la surface hachurée ci-dessous délimitée par les fonctions : $f(x) = x\sin(x)$ et

$$g(x) = \frac{3\pi \cos(x)}{2}$$

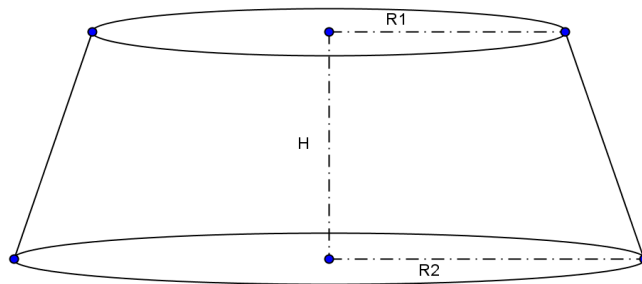


6) Calculez la surface hachurée ci-dessous délimitée par les fonctions : $f(x) = 2\log_2(x)$ et les droites d'équation: $y = -x+10$, $y=-2$ et $y=3$.

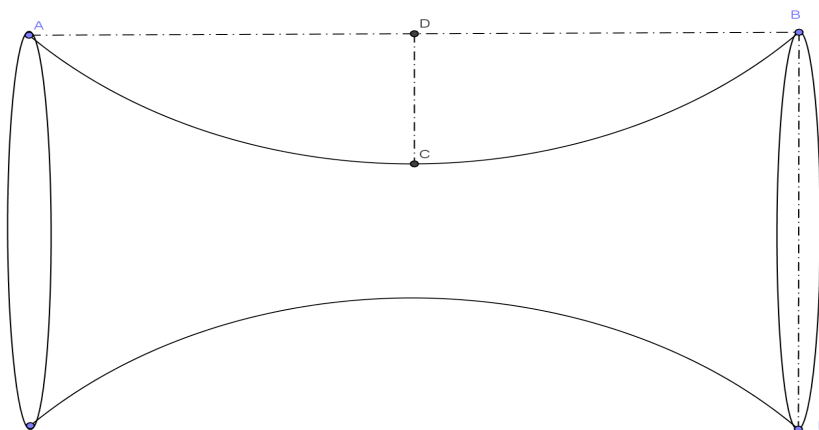


Exercices sur le calcul de volumes et surfaces de solides de révolution.

1) Utilisez le calcul intégral pour élaborer une formule (en fonction de H, R_1 et R_2 permettant de calculer la surface d'un cône tronqué de hauteur H, de petit rayon R_1 et de grand rayon R_2 .



2) L'objet décrit ci-dessous peut être décrit par la révolution d'une parabole.



a) Calculez la surface et le volume de ce solide en prenant $\overline{AB} = 12$ cm, $\overline{CD} = 3$ cm et $\overline{BE} = 8$ cm.

b) Considérons maintenant que ce même solide puisse être décrit par la révolution de la demi-ellipse (ACB) de grand axe \overline{AB} et de demi petit axe \overline{CD} . Quel en serait alors le volume ?

3) On considère un verre de forme paraboloidale de 9 cm de haut et de 9 cm de diamètre, rempli d'eau à ras bord.

a) Calculez le volume d'eau ainsi utilisée.

b) On introduit dans ce verre une bille (sphérique) de rayon R qui ne flotte pas sur l'eau et qui est complètement immergée dans le verre.
Calculez la valeur de R sachant que le volume d'eau expulsé du verre par cette bille correspond à la moitié de la quantité initiale.

