Exercices pour préparer le bilan de décembre 2013

1) Nous avons vu comment réécrire une expression du type sin(arc cos(x)) ou cos(arc sin(x)) en utilisant une formule fondamentale de trigonométrie $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha)=1$. En jonglant avec les 3 formules fondamentales de trigonométrie $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha)=1$; $\tan^2(\alpha) + 1 = 1/\cos^2(\alpha)$ et $\text{cotan}^2(\alpha) +1 = 1/ \sin^2(\alpha)$, transformez les expressions suivantes :

a) tan(arc cos(x)) = b) cotan (arc sin(x)) = c) tan(arc sin(x)) = d) cotan (arc cos(x)) =

e) sin(arc tan(x)) = f) cos(arc tan(x)) = g) sin(arc cotan(x)) = h) cos (arc cotan(x)) =

2) Résolvez les équations suivantes sans utiliser la calculatrice et vérifiez vos solutions

a) arc cos (x) = arc tan (¾) b) arcsin(x) + arcsin(x-1) = π/6

c) arc sin(x-1) + arc cos(1/x) = arcsin $\frac{x}{x-2}$

3) Êtes-vous d'accord avec les affirmations suivantes ,

a) arctan(1/7) + 2 arccotan(3) = π/4

b) arcsin $\frac{a-1}{a+1}$ = arc cos $\frac{2\sqrt{a}}{a+1}$ pour a appartenant à [1, +∞ [

Justifiez sans l'aide de lacalculatrice.

4) Effectuez l'étude complète y compris f '' poue f(x) = arccos $\frac{2\sqrt{x}}{x+1}$. Montrez que cette fonction admet un point anguleux.

5)

Deux skieurs A et B (ski nautique) sont reliés par 2 câbles différents à un même point P du bateau qui les tire. Ces skieurs sont alignés selon une direction qui est perpendiculaire à une ligne imaginaire qui est issue du point P et qui symbolise la trajectoire rectiligne du bateau.

On précise que ces 2 skieurs sont situés d'un même côté par rapport à cette ligne imaginaire et qu'ils sont séparés par une distance de 7 mètres l'un de l'autre.
Le skieur A qui est le plus proche de cette ligne imaginaire est situé à une distance de 3 mètres de cette ligne (on parle de la plus courte distance entre lui et cette ligne).

On considère enfin X qui est la distance (la plus courte) qui sépare le point P de la droite qui symbolise l'alignement des 2 skieurs.

Elaborez une fonction qui exprime l'angle formé par les 2 câbles en fonction de la distance X.
Pour quelle valeur de x cet angle sera-t-il maximal ? Déduisez-en la longueur de chacun des câbles pour garantir cette amplitude maximale.

On considère pour résoudre ce problème que les 2 câbles sont tendus.